

ABC #036 解説

平成 28 年 4 月 9 日

A: お茶

多くのプログラミング言語では、正整数 x, y が与えられたとき x/y を切り捨てた値を求める機能が用意されている。たとえば、C 言語では `int` 型の x, y に対し x/y は x/y の切り捨てを表す。

この問題では、 B/A を切り上げた値を求める必要がある。次の二つの方法がある。

- B が A の倍数であるとき、 B/A は整数であるので切り捨てと切り上げは一致するので B/A を出力すればよい。そうでないとき、 B/A の切り上げは B/A の切り捨てよりちょうど 1 大きいので $B/A + 1$ を出力すればよい。
- $(B + A - 1)/A$ は B/A の切り上げと一致することが知られている。

B: 回転

上から i 番目、左から j 番目のマス目を (i, j) と呼ぶことにする。ただし、多くのプログラミング言語では配列は 0 から番号がついているので、番号は 0 番から数えることとする。

このとき、マス目 (i, j) は回転後マス目 $(j, N - 1 - i)$ の位置に移ることがわかる。

- まず、入力を二次元配列 $a[][]$ に読み込む。 $a[i][j]$ にはマス目 (i, j) の文字を読み込む。
- 別の二次元配列 $b[][]$ を作成する。
- 各 i, j に対し、 $b[j][N - 1 - i]$ に $a[i][j]$ を代入する。
- $b[][]$ に書かれた値を出力する。

C: 座圧

この操作は座標圧縮と呼ばれ、プログラミングコンテストでよく使われる手法である。

連想配列を使う方法が最も簡単である。たとえば、C++ 言語では map というものが用意されている。

- map に、 a_1, \dots, a_N をキーとして追加する。
- map ではキーが小さい順にソートして保管されているので、小さいほうから順に $0, 1, 2, \dots$ と値を割り当てる。
- b_i を求めるには、map で a_i に割り当てられた値を参照すればよい。

また、map を使うと $N \leq 100000$ に対しては十分高速に動作することが知られている。

D: 塗り絵

この問題で与えられているような構造を木という。また、島に対応するものを頂点、橋に対応するものを辺という。

頂点 1 を根と呼ぶことにする。頂点 x を親とする部分木とは、頂点 1 から頂点 y に行くときに必ず頂点 x を通らなければならないような頂点 y の集合のことである。

次のような値を考える。

- $f(x)$: 頂点 x を親とする部分木に含まれる頂点をすべて白または黒で塗り、両端が黒で塗られた辺が存在しないようにする方法は何通りか？
- $g(x)$: 頂点 x を親とする部分木に含まれる頂点をすべて白または黒で塗り、両端が黒で塗られた辺が存在しないようにする方法は何通りか？ただし、頂点 x は必ず白で塗らなければならない。

頂点 x を親とする部分木のうち、 x と隣り合っている頂点を x の子という。 x の子が y_1, \dots, y_k であるとき、次の式が成り立つ。

- $f(x) = g(x) + g(y_1) * g(y_2) * \dots * g(y_k)$
- $g(x) = f(y_1) * f(y_2) * \dots * f(y_k)$

上の式を用いて、 f, g の値を根から遠い頂点から順に求めていけばよい。

このように、木の上で漸化式を使って解くアルゴリズムは tree DP と呼ばれる。この問題は tree DP の簡単な場合である。